Merkwaardige produkten:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1}a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1\times 2}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\times 2\times 3}a^{n-3}b^3 + ...b^n$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$(a+b+c)^2 = a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$$
$$(a-b+c)^2 = a^2 - 2ab + 2ac + b^2 - 2bc + c^2$$
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b))$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$
$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ...ab^{n-2} + b^{n-4})$$

Formule voor de wortels van een vierkantsvergelijking:

Als: $ax^2 + bx + c = 0$ dan zijn de wortels: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Binomium van Newton:

$$(a+b)^m = \binom{m}{0}a^m + \binom{m}{1}a^{m-1}b + \binom{m}{2}a^{m-2}b^2 + \binom{m}{3}a^{m-3}b^3 ......$$

waarin m een geheel getal is.

$$(a+b)^4 = 1a^2 + \frac{4}{1}a^{4-1}b + \frac{4\times 3}{1\times 2}a^{4-2}b^2 + \frac{4\times 3\times 2}{1\times 2\times 3}a^{4-3}b^3 + b^4$$

$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Schematische oplossing:

<u>De coëfficiënten</u> van de termen kunnen worden gevonden met de driehoek van Pascal:

$(a+b)^0$							1							
$(a+b)^1$						1		1						
$(a+b)^2$					1		2		1					
$(a+b)^3$				1		3		3		1				
$(a+b)^4$			1		4		6		4		1			
$(a+b)^5$		1		5		10		10		5		1		
$(a+b)^6$	1		6		15		20		15		6		1	

De coëfficiënt van de eerste en de laatste term is steeds 1. De andere coëfficiënten worden gevonden door de beide cijfers of getallen, die onmiddellijk links en rechts boven de gezochte coëfficiënt staan, op te tellen. Tevens zijn de tweede en de een na laatste coëfficiënt gelijk aan de exponent van het binomium m.

<u>Goniometrische betrekkingen</u>

Basisbetrekkingen:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$tg\alpha \times ctg\alpha = 1$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Goniometrische functies van de som en het verschil van hoeken:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \times \cos\beta \pm \cos\alpha \times \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \times \cos\beta \mp \sin\alpha \times \sin\beta$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha \times tg\beta}$$

$$ctg(\alpha \pm \beta) = \frac{ctg\alpha \times ctg\beta \mp 1}{ctg\beta \pm ctg\alpha}$$

Som en verschil van goniometrische functies:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$tg\alpha \pm tg\beta = \frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\times\cos\beta}$$

$$ctg\alpha \pm ctg\beta = \frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\times\sin\beta}$$

$$\sin\alpha\times\cos\beta = \frac{1}{2}\sin(\alpha+\beta)+\frac{1}{2}\sin(\alpha-\beta)$$

$$\cos\alpha\times\cos\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)+\frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta)$$

$$\sin\alpha\times\sin\beta = \frac{1}{2}\sin(\alpha-\beta)-\frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)$$

$$tg\alpha\times tg\beta = \frac{tg\alpha+tg\beta}{ctg\alpha+ctg\beta} = -\frac{tg\alpha-tg\beta}{ctg\alpha-ctg\beta}$$

De exponenten van de termen:

De som van de exponenten van a en b in een term is gelijk aan de exponent van het binomium m. Bij dalende macht van a stijgt de macht van b.

De voortekens van de termen:

Voor $(a+b)^m$ steeds positief.

Voor $(a-b)^m$ beginnend met +, verder van term tot term afwisselend - en +.

Voorbeelden:

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$(a-b)^5 = a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$$

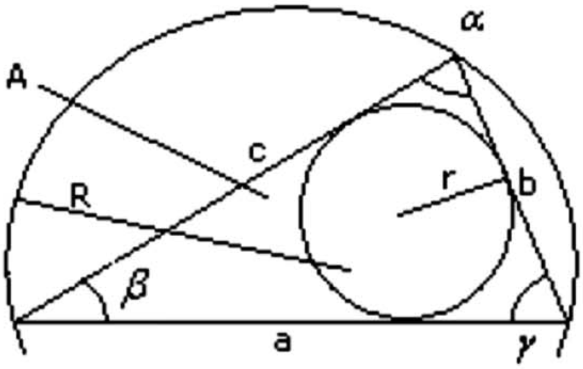
Betrekkingen tussen dezelfde, dubbele en halve hoeken:

$\sin\alpha =$	$\cos\alpha =$	$tg\alpha =$	$\sin\alpha =$
$\cos(90° - \alpha)$	$\sin(90° - \alpha)$	$ctg(90° - \alpha)$	$tg(90° - \alpha)$
$\sqrt{1-\cos^2\alpha}$	$\sqrt{1-\sin^2\alpha}$	$\frac{1}{ctg\alpha}$	$\frac{1}{tg\alpha}$
$2\sin\frac{\alpha}{2}\times\cos\frac{\alpha}{2}$	$\cos^2\frac{\alpha}{2}-\sin^2\frac{\alpha}{2}$	$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	$\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
$\frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$	$\frac{ctg\alpha}{\sqrt{1+ctg^2\alpha}}$	$\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$	$\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$
$\sqrt{\cos^2\alpha-\cos 2\alpha}$	$1-2\sin^2\frac{\alpha}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}-1}$	$\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha}-1}$
$\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{2}}$	$\sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{2}}$	$\sqrt{\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos\alpha}}$	$\sqrt{\frac{1-\sin^2\alpha}{\sin\alpha}}$
$\frac{1}{\sqrt{1+ctg^2\alpha}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$		
$\frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$	$\frac{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}{1+tg^2\frac{\alpha}{2}}$	$\frac{2tg\frac{\alpha}{2}}{1-tg^2\frac{\alpha}{2}}$	$\frac{ctg^2\frac{\alpha}{2}-1}{2ctg\frac{\alpha}{2}}$

$\sin 2\alpha =$	$\cos 2\alpha =$	$tg2\alpha =$	$ctg2\alpha =$
$2\sin\alpha\times\cos\alpha$	$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$	$\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$	$\frac{ctg^2\alpha-1}{2ctg\alpha}$
	$2\cos^2\alpha-1$	$\frac{2}{ctg\alpha-tg\alpha}$	$\frac{1}{2}ctg\alpha-\frac{1}{2}tg\alpha$
	$1-2\sin^2\alpha$		

$\sin\frac{\alpha}{2} =$	$\cos\frac{\alpha}{2} =$	$tg\frac{\alpha}{2} =$	$ctg\frac{\alpha}{2} =$
$\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$	$\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$	$\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$	$\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$
		$\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$	$\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$
		$\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$	$\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$

De scheefhoekige driehoek:



Sinus-regel:

$$\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma = a : b : c$$

$$a = \frac{b}{\sin\beta}\sin\alpha = \frac{c}{\sin\gamma}\sin\alpha$$

$$b = \frac{a}{\sin\alpha}\sin\beta = \frac{c}{\sin\gamma}\sin\beta$$

$$c = \frac{a}{\sin\alpha}\sin\gamma = \frac{b}{\sin\beta}\sin\gamma$$

Cosinus-regel:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

(voor stompe hoeken wordt de cosinus negatief)